Zadanie 01

Zaznacz w układzie współrzędnych zbiory :

$A = \{ (x , y) ; x \in R \text{ i } y \in R \text{ i } x + y \le 1 \}$ oraz

$B = \{ (x , y) ; x \in R \text{ i } y \in R \text{ i } 4x^2 + 4y^2 - 4x \le 15 \}$

Zaznacz osobno zbiór B-A

(✱) Niech $m \in N$. Oznaczmy zbiory :

$A_m = \{ (x , y) ; x \in R \text{ i } y \in R \text{ i } |x| + |y| \le m \}$ oraz

$B_m = \{ (x , y) ; x \in R \text{ i } y \in R \text{ i } 4x^2 + 4y^2 - 4x \le 4m+1 \}$

Dla jakich wartości m zachodzi zawieranie $A_m \subset B_m$

Zadanie 02

Dla jakich wartości parametru k istnieją dwa różne pierwiastki rzeczywiste równania:

$x^2 - (k + 7)x + k + 6 = 0$ spełniające nierówność $(x_1 + x_2)^2 \ge 6x_1x_2 - 2$

Zadanie 03

Zbadaj liczbę rozwiązań układu równań :

$$\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 4x + my = 2m \end{cases}$$

w zależności od parametru m. Dla jakich całkowitych wartości

parametru m rozwiązaniem tego układu jest para liczb dodatnich ?

Zadanie 04

Naszkicuj wykres funkcji $y = x^2 - |2x - 1|$, następnie na podstawie wykresu podaj

liczbę rozwiązań równania $x^2 - |2x - 1| = m$, w zależności od parametru m

Zadanie 05

Rozwiąż układ równań :

$$\begin{cases} mx + (2m-1)y = 3m \\ x + my = m \end{cases}$$

Dla jakich wartości parametru m punkt przecięcia się prostych danych

równaniami układu należy do prostej $x + 2y - 3 = 0$.

Zadanie 06

Dany jest wierzchołek kwadratu $A(1;-3)$ i prosta $y = 2x$, w której zawiera się przekątna

BD. Wyznacz współrzędne pozostałych wierzchołków kwadratu i oblicz jego pole.

Zadanie 07

Dany jest okrąg o równaniu $x^2 + y^2 = 8$ i prosta $y = -x + 8$. Napisz równanie okręgu o najmniejszym promieniu stycznego jednocześnie do danego okręgu i danej prostej.

Zadanie 08

Dany jest ciąg o wyrazie ogólnym: $a_n = \frac{(n+1)! - n!}{(n+1)! + n!}$, oblicz granicę tego ciągu, zbadaj jego monotoniczność i podaj, które wyrazy ciągu są mniejsze od $\frac{7}{8}$.

Zadanie 09

W ostrosłupie trójkątnym prawidłowym krawędź podstawy ma długość a, zaś kąt nachylenia krawędzi bocznej do podstawy ma miarę α. Wyznacz objętość ostrosłupa. Oblicz ją dla $a = 6$ i $\alpha = 45^0$.

Zadanie 10

Dwoma wierzchołkami trójkąta ABC są punkty, w których prosta $x + y = 4$ przecina parabolę $y = x^2 - 6x + 8$, zaś trzecim jest wierzchołek tej paraboli. Wyznacz wierzchołki trójkąta, zbadaj czy jest on prostokątny i oblicz jego pole.

Zadanie 11

Pierwiastkami wielomianu $W(x) = x^3 + ax^2 + bx + 4$ są liczby x_1 i x_2, gdzie x_1 to prawdopodobieństwo wyrzucenia takich samych wyników przy dwukrotnym rzucie monetą, zaś x_2 to rozwiązanie równania $2^{x-2} + 2^{x+1} - 2^x = 20$. Wyznacz współczynniki a, b i rozwiąż nierówność $W(x) > 0$.

Zadanie 12

W ciągu arytmetycznym $a_8 = 23$, $S_8 = 100$. Ile wyrazów tego ciągu daje w sumie 392 ?

Zadanie 13

W okrąg o równaniu $x^2 + y^2 = 25$ wpisano prostokąt, w ten sposób, że dwa jego wierzchołki należą do prostej o równaniu $2x - y = 5$. Oblicz pole tego prostokąta.

Zadanie 14

Podstawą ostrosłupa jest kwadrat o boku $a = 2\sqrt{6}$. Krawędź boczna tworzy z podstawą kąt $\alpha = 30^0$. Oblicz objętość ostrosłupa.

Zadanie 15

Rozwiąż równanie : $2+5+8...+ x = 187$ wiedząc, że lewa strona jest sumą ciągu arytmetycznego.

Zadanie 16

Oblicz pole trójkąta wyznaczonego przez punkty $A(1;-1)$; $B(4;5)$; $C(1;4)$.

Zadanie 17

Podaj wszystkie liczby naturalne należące do przedziału $\langle a;b)$

gdzie *a* jest wartością wyrażenia : $2\left(\sin^2 60^0 - \frac{\sin^2 120^0 \bullet \cos 180^0}{tg225^0 \bullet ctg405^0}\right)$,

natomiast *b* jest pierwiastkiem równania : $log_4\{log_3[log_2(x-2)]\}=0$

Zadanie 18

Dla jakiej wartości parametru *m* równanie $mx^2+(2m-4)x+m-3=0$

ma dwa pierwiastki spełniające warunek : $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}<-2$

Zadanie 19

Dane są zbiory :

A={ x ; $x \in R$ i $x^3-3x^2-4x+12>0$ } B={ x ; $x \in R$ i $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-5x} \geq 9^3$ }

C={ x ; $x \in R$ i $|x+1|<2$ }. Wyznacz : $(A \cup B) \cap C$

Zadanie 20

Dla jakich wartości parametru *m* równanie

$$mx^4+(3-m)x^2+m=0$$

ma 4 różne pierwiastki rzeczywiste ?

Zadanie 21

Dane są punkty $A(8;-1)$; $B(10;11)$ oraz prosta l o równaniu $x-y+3=0$

1) Wyznacz punkt C leżący na prostej l , równoodległy od A i B
2) Wykaż, że trójkąt ABC jest prostokątny
3) Oblicze pole trójkąta ABC
4) Napisz równanie okręgu opisanego na tym trójkącie.

Zadanie 22

Długości krawędzi kartonika na sok owocowy tworzą ciąg geometryczny.
Oblicz długości tych krawędzi wiedząc, że pojemność kartonika to jeden litr,
a na jego wykonanie potrzeba $700\ cm^2$ kartonu.

Zadanie 23

Wyznacz argument x, dla którego wyrażenia $log_2(x-6)$, $log_2(2x)$, $log_2(x^2+8x)$, są odpowiednio pierwszym, drugim i trzecim wyrazem ciągu arytmetycznego. Suma ilu wyrazów tego ciągu jest równa 330?

Zadanie 24

Z liczb $1,2,3,4,5$ losujemy bez zwracania kolejno dwie liczby. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzeń:

A – suma wylosowanych liczb jest większa od 7;

B – za pierwszym razem wylosowano liczbę nieparzystą;

A/B – suma wylosowanych liczb jest większa od 7 pod warunkiem, że pierwsza liczba jest nieparzysta.

Zbadaj niezależność zdarzeń A *i* B.

Zadanie 25

Podstawą graniastosłupa prostego jest trójkąt ABC, w którym $|AC| = 2$, kąt $CAB = 60^0$, kąt $ABC = 45^0$. Przekątna największej ściany bocznej tworzy z płaszczyzną podstawy kąt 60^0.

Oblicz objętość i pole powierzchni bocznej tego graniastosłupa.

Zadanie 26

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym pole powierzchni jednej ściany bocznej równa się S. Kąt płaski ściany bocznej przy wierzchołku ostrosłupa równa się 2α. Oblicz objętość tego ostrosłupa.

Zadanie 27

Powierzchnia boczna walca po rozwinięciu jest prostokątem, którego przekątna o długości d tworzy z wysokością kąt α. Wyprowadź wzór na objętość walca. Oblicz ją dla $d = 8\sqrt{2}$ i $\alpha = 60^0$.

Zadanie 28

Funkcja $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + mx + 9$ osiąga ekstremum dla $x = -1$.

Wyznacz współczynnik m, przy wyznaczonym m zbadaj przebieg zmienności funkcji i naszkicuj jej wykres.

Zadanie 29

Zbadaj przebieg zmienności funkcji : $f(x) = \frac{4 - x^2}{x^2 - 1}$

Zadanie 30

Zbadaj przebieg zmienności funkcji : $f(x) = \frac{2x^2}{(2 - x)^2}$

Na podstawie wykresu określ liczbę rozwiązań równania

$\frac{2x^2}{(2 - x)^2} = k$ w zależności od parametru *k*.

Zadanie 31

Z kawałka drutu o dł. *72 cm* zrobiono szkielet prostopadłościanu o podstawie kwadratowej. Wyznacz objętość prostopadłościanu jako funkcję krawędzi podstawy *x*. Dla jakiego *x* objętość prostopadłościanu jest maksymalna.

Zadanie 32

Jakie powinny być długości przyprostokątnych w trójkącie prostokątnym, którego przeciwprostokątna ma długość $2\sqrt{3}$, aby stożek otrzymany w wyniku obrotu dookoła jednej przyprostokątnej miał maksymalną objętość.

Zadanie 33

Pierwszy wyraz ciągu arytmetycznego jest równy mniejszemu, a piąty większemu pierwiastkowi równania $log(x + 6) - 2 = 0,5log(2x - 3) - log25$. Wyznacz ten ciąg. Ile wyrazów tego ciągu daje w sumie *150* ?

Zadanie 34

Rozwiąż równanie: $1+5+9+...+x = 153$.

Zadanie 35

Dla jakich wartości parametru m odcięta wierzchołka paraboli $y = x^2 - 2(m - 1)x + m^3 - 3$ należy do przedziału $\langle a;b \rangle$, gdzie *a* jest granicą ciągu $a_n = -2\frac{[(n+1)!-n!]}{[(n+1)!-n!]}$, zaś *b* jest rozwiązaniem równania

$$2^x + 2^{x-1} + 2^{x-2} + ... = 2\sqrt{3 \cdot 2^x + 4}$$

Zadanie 36

Suma długości trzech krawędzi prostopadłościanu wychodzących z jednego wierzchołka wynosi *18.* Długość jednej z nich jest 2 razy większa niż drugiej. Wyznacz długości krawędzi prostopadłościanu tak, by miał on maksymalną objętość.

Zadanie 37

Właściciel sklepu kupuje aparaty fotograficzne u producenta po *100 zł.* za sztukę i sprzedaje *40* sztuk miesięcznie po *160 zł.* Właściciel oszacował, że każda kolejna obniżka ceny aparatu o *1* zł. zwiększa sprzedaż o jedną sztukę. Jak powinien sprzedawca ustalić cenę aparatu, aby jego zysk był największy ?

Zadanie 38

Suma dziewięciu pierwszych wyrazów ciągu arytmetycznego wynosi *18,* a suma siedmiu pierwszych wyrazów tego ciągu jest równa *0*. Wyrazy a_7, a_8, a_9 są miarami długości boków trójkąta . Oblicz stosunek długości promienia okręgu wpisanego w ten trójkąt do długości promienia okręgu opisanego na nim.

Zadanie 39

W graniastosłupie prawidłowym, trójkątnym pole powierzchni bocznej równa się sumie pól obu podstaw. Oblicz cosinus kąta nachylenia przekątnej ściany bocznej do sąsiedniej ściany bocznej.

Zadanie 40

Dana jest funkcja $f(x) = x^3 + kx^2 + m$. Liczba -2 jest miejscem zerowym funkcji i jej pochodnej. Naszkicuj funkcję $g(x) = |f(x)|$

Zadanie 41

Dane są zbiory: $A=\{x\in R; x^5-4x^3-8x^2+32\geq 0\ \}$

oraz $B=\{x\in R; \log_{0,1}(4-x^2)>\log_{0,1}(6x-3)\ \}$

Wyznacz zbiór $(A\setminus B)\cap(A\cup B)$

Zadanie 42

Rozwiąż równanie $\cos 2x + \sin x = p^2 + 4q + 3$ wiedząc, że p jest większym pierwiastkiem równania $2^x+2^{-x}=\frac{5}{2}$, zaś $q=\lim_{n\to\infty}\frac{1-n^3}{n^3+5n^2}$.

Zadanie 43

Dwusieczna kąta prostego w trójkącie prostokątnym o przeciwprostokątnej dł. 35cm dzieli tą przeciwprostokątną w stosunku 3:4. Oblicz stosunek pola koła wpisanego w ten trójkąt do pola koła opisanego na nim.

Zadanie 44

Dana jest prosta $k: 2x - y + 1 = 0$ i okrąg $x^2 + y^2 - 4x - 1 = 0.$
Wykaż, że prosta jest styczna do okręgu.
Napisz równanie okręgu symetrycznego do danego względem prostej *k*.

Zadanie 45

Mamy trzy identyczne pudełka i w każdym 10 losów. W pierwszym są trzy losy pełne, w drugim cztery, a w trzecim siedem. Możemy wylosować trzy losy jednym ze sposobów:

a) losujemy jedno pudełko i z niego trzy losy,

b) z każdego pudełka losujemy po jednym losie,

c) zsypujemy wszystkie losy do jednego pudełka i losujemy trzy losy.

Który ze sposobów daje największe prawdopodobieństwo wylosowania trzech pełnych losów?

Zadanie 46

W ostrosłup prawidłowy czworokątny o krawędzi podstawy *a* i wysokości *h* wpisano sześcian tak, że cztery jego wierzchołki należą do krawędzi bocznych ostrosłupa, a cztery pozostałe do płaszczyzny podstawy.
Wyznacz stosunek objętości ostrosłupa do objętości sześcianu.

Zadanie 47

Pierwiastkiem wielomianu $W(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ jest liczba $r = -2$.

Wyznacz współczynniki a, b, c oraz wiedząc, że liczby: $1, a, b, c$ tworzą ciąg geometryczny rozwiąż nierówność $W(x) \leq 5$

Zadanie 48

Ankieta przeprowadzona w pewnej szkole na temat nowej matury dała następujące wyniki: 80% uczniów było przeciw wprowadzeniu nowej matury, wśród nich 60% to dziewczęta. Natomiast wśród zwolenników nowej matury dziewczęta stanowiły 40%. Spośród badanych wylosowano jedną osobę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że jest to:

a) zwolennik nowej matury,
b) dziewczyna przeciwna nowej maturze
c) dziewczyna
d) chłopak popierający wprowadzenie nowej matury

Zadanie 49

Rozwiąż nierówność:

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{3^{4-x}-1}{2} \geq -2.$$

Zadanie 50

Dla jakich wartości parametru m równanie : $x^2 + (2m - 3)x + 2m + 5 = 0$ ma dwa różne pierwiastki ujemne.

Zadanie 51

Oblicz sumę wszystkich liczb naturalnych mniejszych od 1000, które nie są podzielne przez 3.

Zadanie 52

Dla jakich wartości x liczby: 9, $\frac{2}{\sqrt{4^x}}$, -2^{1+x} są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego. Wyznacz różnicę tego ciągu.

Zadanie 53

Trapez $ABCD$, w którym $AB \parallel CD$ jest wpisany w okrąg o promieniu R.

Mając dane: $|BD| = 14$, kąt $BAD = 60^0$, $\frac{|AB|}{|AD|} = \frac{8}{5}$ oblicz pole i obwód trapezu oraz wyznacz długość R promienia okręgu.

Zadanie 54

Pole przekroju ostrosłupa prawidłowego trójkątnego płaszczyzną przechodzącą przez krawędź boczną i wysokość ostrosłupa wynosi $P = 18\sqrt{3}$. Ściana boczna jest nachylona do podstawy pod kątem $\alpha = 60^0$. Oblicz objętość, pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa oraz objętość kuli wpisanej w ten ostrosłup.

Zadanie 55

Rzucono trzema kostkami do gry. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzeń:

A – suma wyrzuconych oczek jest co najmniej równa *17,*

B – iloczyn wyrzuconych oczek jest dokładnie równy *24*.

Zadanie 56

W prostokątnym układzie współrzędnych podaj geometryczną interpretację zbiorów:

$A = \{(x, y); x \in R; y \in R; y + 1 \le -(x-1)^2\}$

$B = \{(x, y); x \in R; y \in R; y \ge -2(x-1)\}$.

Wykaż, że zbiór $A \cap B$ jest jednoelementowy.

Zadanie 57

Dane są równania prostych: $3x + 5y - 19 = 0$ i $3x - 9y + 51 = 0$ zawierających boki równoległoboku oraz równanie jednej z przekątnych: $3x - 2y - 5 = 0$.

a) wyznacz współrzędne wierzchołków równoległoboku,
b) napisz równanie drugiej przekątnej,
c) oblicz pole równoległoboku.

Zadanie 58

Suma trzech liczb tworzących ciąg arytmetyczny jest równa *15*, jeżeli do drugiej z nich dodamy *1*, a do trzeciej *5*, to otrzymamy ciąg geometryczny. Wyznacz te liczby.

Zadanie 59

Podstawą graniastosłupa jest romb. Przekątne sąsiednich ścian bocznych wychodzących z jednego wierzchołka mają długości równe *d* i tworzą kąt 2α oraz są nachylone do podstawy pod kątem β. Oblicz objętość graniastosłupa.

Zadanie 60

Dla jakich wartości parametru m funkcja:

$y = (m^2 + 5m - 6)x^2 - (m - 1)x - 2$ przyjmuje tylko wartości ujemne ?

Zadanie 61

Dla jakich wartości x liczby: $log2, log(3^x - 3), log(3^x + 9)$ są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego ?

Zadanie 62

Obwód równoległoboku wynosi *72* cm . Stosunek długości jego wysokości *5:7,* a stosunek jego kątów wewnętrznych *1:2.* Oblicz długości boków i wysokości równoległoboku.

Zadanie 63

Dla jakich wartości parametru m dwa różne pierwiastki równania:

$9^{\frac{1}{2}(x^2-x)-\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{3^{m-1}}$ spełniają warunek: $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = 8$?

Zadanie 64

Wyznacz liczby całkowite należące do zbioru $(A \setminus B) \cap C$, gdzie:

$A = \{x; x \in R \wedge x^3 + 3x^2 - 4x \geq 0\}$

$B = \left\{x; x \in R \wedge \log_{\frac{1}{2}} \frac{x+1}{x-2} \geq -1\right\}$

$C = \{x; x \in (-\Pi; \Pi) \wedge 2\sin x \leq 1\}$

Zadanie 65

Zadrukowana część stronicy książki ma mieć pole $384\ cm^2$.

Marginesy boczne mają mieć szerokość *1 cm*, a dolny i górny po *1,5 cm* .

Wyznacz wymiary stronicy tak, aby na produkcję książki zużyć jak najmniej papieru.

Zadanie 66

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym krawędź boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem, którego tangens wynosi $\frac{\sqrt{2}}{2}$. Wiedząc, że krawędź podstawy ma długość *a* oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa.

Zadanie 67

W nieskończonym ciągu arytmetycznym (a_n) czwarty wyraz jest równy 4007, a siódmy wyraz wynosi 7004. O nieskończonym ciągu (b_n) wiadomo, że jest monotoniczny i jego trzeci wyraz jest równy $1,25$ i suma trzech pierwszych jego wyrazów jest równa $8,75$. Z wyrazów ciągów (a_n) i (b_n) utworzono nowy ciąg o wyrazie ogólnym $c_n = \frac{2a_n}{n(b_n + 1)}$. Oblicz granicę ciągu c_n.

Zadanie 68

W trójkącie prostokątnym równoramiennym ABC wierzchołek kąta ostrego $A(3; 1)$. Przyprostokątna BC zawiera się w prostej o równaniu: $x - y + 1 = 0$. Napisz równania prostych zawierających pozostałe boki trójkąta.

Zadanie 69

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym krawędź boczna ma długość $6\sqrt{3}$, a kąt między wysokościami sąsiednich ścian bocznych wychodzących z wierzchołka ostrosłupa ma 60^0. Oblicz pole powierzchni całkowitej i objętość tego ostrosłupa.

Zadanie 70

Turysta przebył pieszo trasę liczącą $600\ km$. Gdyby codziennie szedł o $10\ km$ więcej byłby w drodze o 5 dni krócej. Ile dni był turysta w drodze ?

Zadanie 71
Dla jakich wartości parametru m równanie: $2^x + 2^{x-1} + 2^{x-2} + ... = 2^{2x-1} + m$
ma dwa różne rozwiązania ?
Zadanie 72
Zbadaj przebieg zmienności funkcji: $f(x) = 3x - \frac{1}{4}x^3$
Zadanie 73
Dany jest trójkąt równoboczny ABC o boku a. Na bokach AB, BC, AC

obrano odpowiednio punkty C_1, A_1, B_1 tak, że:

$\frac{AC_1}{C_1B} = \frac{BA_1}{A_1C} = \frac{CB_1}{B_1A} = \frac{1}{2}$. Punkty przecięcia się odcinków AA_1, BB_1, CC_1

są wierzchołkami trójkąta PQR. Oblicz stosunek pola trójkąta PQR do pola

trójkąta ABC.

Zadanie 74
Podstawą graniastosłupa prostego jest równoległobok $ABCD$, którego

obwód wynosi *36 cm,* wysokość graniastosłupa $H = 8$ *cm* . Przekątne

graniastosłupa mają odpowiednio *18 cm* i $2\sqrt{33}$ cm . Oblicz pole

równoległoboku $ABCD$.

Zadanie 75
Dany jest trójkąt prostokątny ABC, kąt ABC jest dwa razy większy od
kąta CAB. Obwód koła wpisanego w ten trójkąt wynosi 2Π .
Z wierzchołka C poprowadzono prostą, która przecina przeciwprostokątną
AB w punkcie D i tworzy z krótszą przyprostokątną kąt 30^0 . Oblicz pole
koła opisanego na tym trójkącie, oraz stosunek długości odcinka
Zadanie 76
Napisz równanie stycznych do okręgu $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 5 = 0$ i prostopadłych

do prostej $x - 2y = 0$.

Zadanie 77

Do urny, w której są dwie kule wrzucono białą kulę. Oblicz prawdopodobieństwo

wyciągnięcia z urny kuli białej, jeśli wiadomo, że następujące zdarzenia są jednakowo

prawdopodobne: przed wrzuceniem nie było w urnie kuli białej, była jedna kula biała,

były dwie kule białe.

Zadanie 78

Wykaż, że styczne do wykresu funkcji $f(x)=\frac{1+3x^2}{3+x^2}$ w punktach *A(x₀; 1)*

przecinają się w początku układu współrzędnych.

Zadanie 79

Punkty *A (0; -1)* i *B (-2; 1)* należą do okręgu $x^2+y^2-2x-4y-5=0$

Znajdź współrzędne takiego punktu *C* należącego do tego okręgu, by trójkąt *ABC* o podstawie *AB* był równoramienny.

Zadanie 80

Para liczb *(x; y)* jest rozwiązaniem układu równań $\begin{cases} x-y=-1-m \\ 2x-y=m \end{cases}$,

Dla jakich wartości parametru m punkt *P(x; y)* należy do wnętrza koła o środku w początku układu współrzędnych i promieniu $r=\sqrt{5}$.

Zadanie 81

Dane są krzywe o równaniach $f(x) = x^3$ oraz $g(x) = x^2 - 4x + 4$.

Oblicz pole trójkąta wyznaczonego przez oś *OX* i styczne do tych krzywych w ich wspólnym punkcie.

Zadanie 82

Rozwiąż układ równań:

$$\begin{cases} y=\left|x^2-2x\right|+1 \\ y^2+x^2-2x-2y+1=0 \end{cases}$$

Zadanie 83

Dla jakich wartości parametru m suma sześcianów pierwiastków równania $x^2+2x-\frac{m-2}{m-3}=0$ jest równa *-26*.

Zadanie 84

Rozwiąż równanie:

$$\log_2\left(x+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{4}+...\right)=\log_2\frac{3x+1}{2}.$$

Zadanie 85

Dane są dwa wierzchołki trójkąta *ABC: A(-1; 1)* oraz *B(5; 7)*. Wysokości trójkąta przecinają się w punkcie *P(3; 3)*. Wyznacz współrzędne punktu *C* oraz napisz równanie okręgu opisanego na trójkącie ABC.

Zadanie 86

Dla jakich wartości parametru m równanie

$$(m+2)2^{2x-1} - m2^{x+1} + m = 0$$

ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste.

Zadanie 87

Dla jakich wartości parametru m równanie:

$\dfrac{2(1+\cos x)}{\cos 2x} = \dfrac{m}{1-\cos x}$ ma rozwiązanie.

Zadanie 88

Trzy pierwiastki wielomianu o współczynnikach całkowitych tworzą ciąg arytmetyczny. Ich suma wynosi *21*, a iloczyn *315*. Wykaż, że dla każdej całkowitej liczby nieparzystej wielomian ten przyjmuje wartość podzielną przez *48.*

Zadanie 89

Dla jakich wartości parametru m punkt przecięcia się prostych:
$2x - 3my - 5 = 0$ i $6x + 2y - 5 = 0$ ma obie współrzędne dodatnie ?

Zadanie 90

Rozwiąż równanie: $3^{\sin^2 x} = 2 + 3^{\cos^2 x}$.

Zadanie 91

Z cyfr *1, 2, 3, 4, 5* losujemy kolejno dwie bez zwracania i układamy z nich liczbę dwucyfrową (pierwsza wylosowana cyfra, to cyfra dziesiątek). Sprawdź czy zdarzenia: *A - otrzymana liczba jest parzysta i B - otrzymana liczba jest podzielna przez 3* są niezależne.

Zadanie 92

W graniastosłupie prawidłowym czworokątnym przekątna ściany bocznej ma długość d i tworzy z przekątną podstawy kąt α.Oblicz objętość graniastosłupa.

Zadanie 93

W malejącym ciągu arytmetycznym stosunek wyrazu szóstego do trzeciego wynosi *7*, a suma kwadratów wyrazu drugiego i czwartego równa się *40*. Ile wyrazów tego ciągu należy dodać, aby otrzymać *- 64* ?

Zadanie 94

Trapez równoramienny opisany na okręgu o promieniu 2 cm, ma obwód 20 cm .
Oblicz pole tego trapezu.

Zadanie 95

Wszystkie wyrazy pewnego ciągu arytmetycznego są dodatnimi liczbami całkowitymi. Suma wyrazu pierwszego i trzeciego wynosi 4 , a iloczyn tych wyrazów 3. Znajdź największą liczbę n, dla której spełniona jest nierówność: $a_1 + a_2 + a_3 + ...+a_n < 105.$

Zadanie 96

Napisz równania stycznych do okręgu $x^2 + y^2 – 6x + 4y – 12 = 0$

poprowadzonych w punktach przecięcia się tego kręgu z prostą $x – y + 2 = 0.$

Oblicz pole czworokąta, którego wierzchołkami są punkty styczności, środek

okręgu oraz punkt przecięcia się stycznych.

Zadanie 97

Ciąg a_n jest określony wzorem: $a_n = -6n + 48.$

Dla jakich n zachodzi równość: $27a_n = a_1 + a_2 + a_3 +…+a_{n-1}$?

Zadanie 98

Średnio dwie kobiety na 1000 i pięciu mężczyzn na 100 to daltoniści.
Z grupy o jednakowej liczbie kobiet i mężczyzn wylosowano jedną osobę i okazało się, że jest ona daltonistą. Jakie jest prawdopodobieństwo, że jest to mężczyzna ?

Zadanie 99

Tworząca stożka ma długość l i jest nachylona do podstawy pod kątem α.

Stożek przecięto płaszczyzną prostopadłą do wysokości tak, że pole

powierzchni bocznej stożka zostało podzielone na dwie równe części.

Oblicz wysokość otrzymanego stożka ściętego.

Zadanie 100

Dla jakich wartości parametru α najmniejsza wartość funkcji
$f(x) = x^2 – 2x + cos2\alpha + sin\alpha + 3$ jest równa 2 ?